Семинар 1 (1.09.16)

Формальная запись высказываний.

## Метод таблицы истинности.

Дана произвольная формула . Определить, является ли тавтологией, противоречием, выполнимой формулой.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

– выполнимая; – противоречие; – тавтология;

## От словесного высказывания перейти к его формальной записи.

Если лекция состоится, то студент Сидоров рад, а Петров не рад и если лекция не состоится, то студент Сидоров не рад, а Петров рад.

«Лекция состоится»

«Сидоров рад»

«Петров рад»

Для того, чтобы студент поступил в магистратуру, он должен успешно защитить бакалаврскую работу, написать статью или получить сертификат.

«Студент хочет поступить»

«Успешно защитить ВКРБ»

«Написать статью»

«Получить сертификат»

Пусть – длины сторон треугольника. Треугольник существует. Если , то треугольник равносторонний, иначе если или или то равнобедренный, иначе разносторонний.

«»

«»

«»

«треугольник равносторонний»

«треугольник равнобедренный»

«треугольник разносторонний»

Сетевое соединение устанавливается только тогда, когда канал исправен, кабель подключен, сетевое ПО запущено и аутентификация успешна.

A = «сетевое соединение устанавливается»

B = «канал исправен»

C = «кабель подключен»

D = «сетевое ПО запущено»

E = «аутентификация успешна»

Семинар 2 (8.09.16)

Исчисление высказываний методом формальных теорий на примере теории .

Формальная теория для исчисления высказываний включает следующие компоненты:

1. Все пропозициональные буквы являются формулой
2. Если – формулы, то например, и – формулы теории
3. Какими бы ни были формулы и , следующие формулы – суть аксиомы теории :

1. MP (Modus Ponens): Если и , то .

Правило MP позволяет утверждать

От утверждения основания к утверждению следствия в ампликативной форме (Обратное неверно!)

Modus tollendo tollens (путь исключения исключений)

MP позволяет сохранять товтологичность формулы.

Исчисление высказываний путем построений логического вывода в формальной аксиомат. теории составляет содержание метода формальных теорий.

Выводимость формулы в доказывается построением конкретного логического вывода.

Шагами вывода являются формулы, каждая из которых удовлетворяет описанию теории.

1. A гипотеза
3. ч.т.д. 1,2 MP
4. гипотеза
5. ч.т.д (1)

Примечание

- каждая доказанная теорема теории может в дальнейшем использоваться как гипотеза

- каждая ранее доказанная формула теории может использоваться, как гипотеза.

Теорема дедукции (Эрбрана)

Если – множество гипотез и – формулы теории и ,

* **Следствие 1** из теоремы дедукции

Если , то из

* **Следствие 2** из теоремы о дедукции

Правило транзитивности:

Доказательство:

1. – гипотеза
2. – гипотеза
3. – гипотеза
4. – 3,1, MP

} правило отделения

1. – 4,2, MP
2. Вывод 1,…5.
3. 6, Th дедукции, ч.т.д.

- **Следствие 3**

Правило сечения

1. гипотеза (дано по условию)
2. гипотеза (дано по условию)
3. гипотеза
4. 3,1 MP
5. 2, 4 MP
6. Вывод 1,…5
7. ч.т.д.

6, Th дедукции

Замечания в теории

1. Формула ? теории является её теоремой тогда и только тогда, когда ? – тавтология (теорема о полноте).

Всякая тавтология исчислений является теоремой и наоборот.

Множество теории и множество тавтологий совпадает.

1. Формальная теория является и семантической и формально-непротиворечимой.
2. Теория является разрешимой.
3. Система аксиом теории является независимой.

- называется независимой от остальных аксиом множества , если она невыводима из этих остальных аксиом ()

Если каждая аксиома множества является независимой, то и вся система аксиом множества является независимой аксиомой

Для теории :

- Система аксиом не сократима

- Другие формулы в качестве аксиом необязательно дадут независимую систему.

Построить логический вывод заданной формулы в теории

1. *A* гипотеза
2. 1, 2 MP правило отделения
3. (3)
4. Вывод 1,…4
5. ч.т.д. 5, Th. Дедукции

Семинар 3 (15.09.16)

Построение логического вывода в формальной аксиоматической теории .

1. *B* гипотеза
3. 2,1 MP правило сечения
4. (3)
5. Вывод 1,…4
6. ч.т.д. 5, Th. Дедукции

2. *A* гипотеза
3. 2,1 MP
4. 3
5. 5,4 по правилу сечения
6. 5,3,6 правило транзитивности ч.т.д

Эвристические подходы к построению логического вывода

**А** Собрать по дедукции (единожды, дважды и т.д. – сколько раз применялась теорема дедукции)

1. гипотеза

.

.

m.

m+1

m+2 по th. Дедукции

1. гипотеза
2. гипотеза

.

.

m.

m+1

m+2 (m+1) по th. Дедукции

m+3 (m+2) по th. Дедукции

Завершение по транзитивности или по сечению



.

.

.

m. имеет вид

.

.

.

m+i. имеет вид

m+i+1



.

.

.

m. вида

m+i. вида

m+i+1 Правило сечения

**В**



.

.

.

m.

m+i. вида

m+i+1

**№3.**

2. (1)
3. Гипотеза
4. 2, 3, правило сечения

1. ч.т.д. 5, 4 правило транзитивности

**№4.**

1. Задача № 3
2. 2, 1, MP
4. ч.т.д. 4, 3 правило транзитивности

**Д/з**

2. (1)
4. Гипотеза
5. ч.т.д. 3, 4 правило сечения

Семинар 4 (22.09.16)

**№5.**

1. Гипотеза
2. *А* Гипотеза

1. 1, 3, MP
2. (4), (5), Правило транзитивности
3. 2, 6, MP
4. Вывод 1…7
5. (8) Th. дедукции
6. ч.т.д9 Th. Дедукции
8. Гипотеза
9. 2, 1 MP
11. (3)
12. 4, 5 правило сечения
13. 6, 1, правило транзитивности, ч.т.д.

**№6.**

1. Гипотеза
2. Ранее доказано
3. 2, 1, Правило транзитивности

1. 3, 4, Правило транзитивности
2. *№5.*
3. 5, 6 MP
4. Вывод 1…7
5. ч.т.д8 Th. Дедукции

**№7.**

1. Гипотеза
2. Гипотеза
3. 1, 2 MP
4. 4 Th. Дедукции
5. 5 Th. Дедукции

№ 6.

1. 6, 7, правило транзитивности

**№8.**

1. Гипотеза, ранее доказано
3. 1, 2 MP
5. 3, 4, правило транзитивности, ч.т.д

***№9. Д/з***

(дважды по дедукции)

1. Гипотеза
2. 2, 3 MP ч.т.д.

***№10.***

1. Гипотеза
2. 2, 1 MP
3. Гипотеза (опр. теории)
4. 5, 4,правило транзитивности

*6* ч.т.д.

***№11.***

1. Гипотеза (опр.теор)
2. 1, 2, правило сечения
4. 4,5 правило транзитивности
6. 6,7 правило сечения, ч.т.д.

***Д/з к РК***

***№12.***

1. Гипотеза
2. (3), (4) MP
3. (6), (2) Правило сечения
4. (7), (8) Правило транзитивности

***№13.***

1. Гипотеза
2. (1), (2) MP
3. (3), (5) Правило транзитивности

***№14.***

1. Гипотеза
2. (2), (3) MP
4. (1), (5) Правило сечения
5. (6), (2) Правило сечения
6. (8), (3) Правило транзитивности
7. (7), (11) Правило транзитивности

***№15.***

2. Гипотеза
3. (3), (1) MP
5. (5), (2) Правило транзитивности

***№16.***

1. Гипотеза
2. (1), (3) MP
4. (2), (5) Правило сечения
5. По теореме дедукции

***№17.***

1. Гипотеза
2. (2), (3) MP
3. (1), (5) Правило сечения
5. (7), (5) Правило транзитивности

Семинар 5 (29.09.16)

Запись формул логики предикатов (Теория )

*№1. Не все птицы умеют летать*

*«x – является птицей»*

*«x – умеет летать»*

*№ 2. Если некто может решить задачу, то и Андрей может.*

*«x – может решить задачу»*

*= Андрей*

*№ 3. Каждый обладающий упорством может изучить логику*

*«x – обладает упорством»*

*«x – может изучить»*

*№ 4. Все автомобили управляются водителем*

*«x – являются автомобилем»*

*«y управляет x»*

*«y – является водителем»*

*Некоторые женщины являются юристами и членами конгресса*

*«x – являются женщиной»*

*«x – являются юристом»*

*«x – являются членами конгресса»*

***Д/з***

1. *Каждый четверокурсник прочитал хотя бы одну книгу*
2. *Две прямые, каждая из которых параллельна третьей прямой, параллельны между собой*

Семинар 6 (06.10.16)

Логический вывод в теории . Вычисление предикатов первого порядка

1. Гипотезы
2. 1,2 МР
3. *3,*поскольку в A(x) x входит свободно, а в B x не входит
4. 1,4 МР
5. 5,8 МР
6. Вывод 1…9
7. 10, Теорема дедукции
8. 11, Теорема дедукции, следствие 1

*Альтернативный вариант*

1. *Вывод 1…9*
2. *10, теорема дедукции, следствие 1*
3. Гипотеза по опр. теории
4. *1,* в В нет свободных х, в А(х) х свободен
5. *3,4 правило транзитивности*
6. 2,5правило транзитивности
7. 6*,* формула зам. кв.
8. Вывод 1…7
9. 8, Теорема дедукции, следствие 1, ч.т.д
10. Гипотеза
11. 1,
12. Гипотеза
13. 4,3 МР
14. 5,2 Правило транзитивности
15. *6, фор.зам.кван. ч.т.д.*
16. Гипотеза
17. 2,1 МР
18. 4,3 Правило сечения
19. 5,6 Правило транзитивности
20. В левой части х свободен, а в правой части его нет, ч.т.д.

*7\*. Альтернативный вариант:*

*8\*. Альтернативный вариант 1:*

*8\*. Альтернативный вариант 2:*